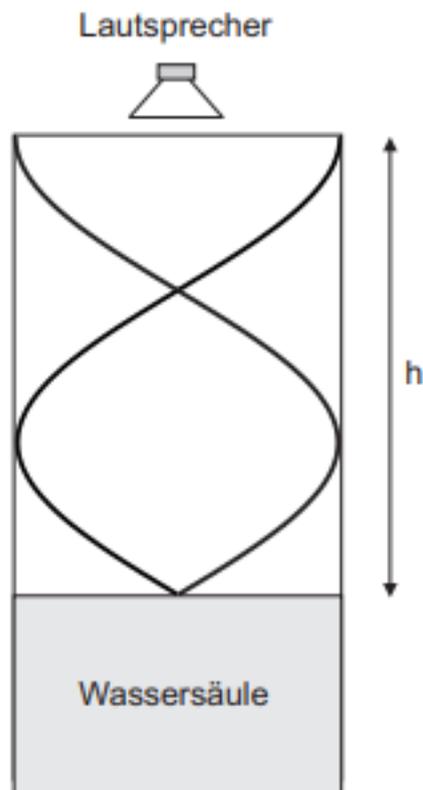


# Versuch 26 - Schallgeschwindigkeit

## PAP 1, [2] [1]

18.09.2024



Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 1

Kurs: Nachmittags

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Messverfahren . . . . .	1
1.2.1	Aufbau 1 . . . . .	1
1.2.2	Aufbau 2 . . . . .	1
1.3	Grundlagen aus der Physik . . . . .	1
1.3.1	Wellenmechanik und Schallausbreitung . . . . .	1
1.3.2	Stehende Wellen in einer Röhre (Quinckesches Rohr) . . . . .	2
1.3.3	Schallgeschwindigkeit in Gasen . . . . .	2
1.3.4	Phasenverschiebung-methode . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
2.1	Messprotokoll . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
3.1	Tabelle der Differenzen . . . . .	7
3.2	Bestimmen der Schallgeschwindigkeit . . . . .	7
3.3	Normalbedingungen . . . . .	8
3.4	Vergleich der Werte . . . . .	9
3.5	Vergleich der Verhältnisse . . . . .	9
3.6	Messung der Schallgeschwindigkeit mittels Laufzeitmessung . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Quellen- und Literaturverzeichnis</b>	<b>12</b>

# 1. Einleitung

## 1.1 Motivation

Das Ziel dieses Experiments ist es, die Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasen, insbesondere in Luft und Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ), zu messen. Das Verständnis der Ausbreitung von Schall in verschiedenen Medien ist grundlegend für die Akustik, Physik und viele technische Anwendungen. Durch die Durchführung dieses Experiments können wir unser Verständnis von Wellenmechanik, stehenden Wellen und Resonanzphänomenen vertiefen. Darüber hinaus vermittelt das Experiment wertvolle Erfahrungen im Umgang mit grundlegenden wissenschaftlichen Instrumenten wie dem Oszilloskop und Sinusgeneratoren, die für die Messung physikalischer Größen wie Wellenlänge und Zeitverzögerung unerlässlich sind.

## 1.2 Messverfahren

Das Experiment gliedert sich in zwei Hauptaufbauten: das Quincke-Röhrenexperiment zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Luft und  $\text{CO}_2$  und eine Zeitmethode mit Lautsprecher und Mikrofon zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Luft.

### 1.2.1 Aufbau 1

Der Aufbau besteht aus einem Lautsprecher, einem wassergefüllten Rohr (Quincke-Rohr) und  $\text{CO}_2$ -Gas. Zunächst wird das Rohr mit Luft gefüllt, und mit einem Sinusgenerator werden Schallwellen erzeugt. Durch Variation der Länge der Luftsäule sind die Bedingungen für eine Resonanz erfüllt, wenn die Schallintensität maximiert wird, was auf die Bildung einer stehenden Welle hinweist. Dieser Vorgang wird mit dem mit  $\text{CO}_2$  gefüllten Rohr wiederholt, nachdem die Luft vorsichtig durch das schwerere  $\text{CO}_2$ -Gas verdrängt wurde. Die Schallgeschwindigkeit wird durch Aufzeichnung der Positionen der Resonanzspitzen und Berechnung der Wellenlänge bestimmt.

### 1.2.2 Aufbau 2

Bei diesem Aufbau sendet ein Lautsprecher Schallwellen aus, die eine bekannte Strecke bis zu einem Mikrofon zurücklegen. Durch Messung der Zeitverzögerung zwischen dem Lautsprecher- und dem Mikrofonsignal mit Hilfe eines Oszilloskops wird die Schallgeschwindigkeit in der Luft berechnet. Der Abstand zwischen Mikrofon und Lautsprecher wird mehrmals verändert, und die daraus resultierende Phasenverschiebung in den Signalen wird aufgezeichnet, um die Schallgeschwindigkeit zu berechnen.

## 1.3 Grundlagen aus der Physik

### 1.3.1 Wellenmechanik und Schallausbreitung

Schall ist eine longitudinale mechanische Welle, die sich durch Kompression und Ausdünnung in einem Medium ausbreitet. In Gasen wie Luft und  $\text{CO}_2$  werden Schallwellen übertragen, indem Moleküle miteinander kollidieren, was zur Ausbreitung von Druckschwankungen durch das Medium führt.

Die Beziehung zwischen der Schallgeschwindigkeit  $c$ , Wellenlänge  $\lambda$ , und Frequenz  $\nu$  ist gegeben durch:

$$c = \nu\lambda \quad (1.1)$$

Diese Gleichung zeigt, dass die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden kann, wenn die Wellenlänge und die Frequenz bekannt sind.

### 1.3.2 Stehende Wellen in einer Röhre (Quinckesches Rohr)

Bei der ersten Anordnung wird eine stehende Welle in einem Rohr erzeugt, das an einem Ende geschlossen und entweder mit Luft oder  $CO_2$  gefüllt ist. Eine stehende Welle entsteht, wenn die vom Lautsprecher abgestrahlte Schallwelle an der Wasseroberfläche reflektiert wird, was zu Interferenzen zwischen der eintreffenden und der reflektierten Welle führt. Die Resonanzbedingung für die Luftsäule tritt auf, wenn die Rohrlänge ungeraden Vielfachen einer Viertelwellenlänge entspricht:

$$h = \frac{(2n + 1)}{4}\lambda \quad (1.2)$$

wobei  $h$  die Länge der Luftsäule,  $n$  eine ganze Zahl und  $\lambda$  die Wellenlänge der Schallwelle ist. Anhand dieser Beziehung wird die Wellenlänge berechnet, indem die Position der Resonanz (maximale Schallintensität) ermittelt wird, und die Schallgeschwindigkeit wird dann anhand der folgenden Gleichung 1.1 bestimmt.

### 1.3.3 Schallgeschwindigkeit in Gasen

Die Schallgeschwindigkeit in einem idealen Gas hängt von der Temperatur  $T$ , dem spezifischen Wärmeverhältnis  $k$  und der molaren Masse  $M$  des Gases ab. Sie ist durch die folgende Gleichung gegeben:

$$c = \sqrt{\frac{kRT}{M}} \quad (1.3)$$

dabei ist:

- $k$  der adiabatische Index
- $R$  die universelle Gaskonstante
- $T$  die Temperatur in Kelvin
- $M$  die Molare Masse des Gases

Um die Ergebnisse zu vergleichen, wird die gemessene Schallgeschwindigkeit häufig anhand der folgenden Beziehung auf Standardbedingungen ( $0^\circ C$  oder 273 K) korrigiert:

$$\frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad (1.4)$$

wobei  $c_0$  die Schallgeschwindigkeit bei  $0^\circ C$  und  $T_0$  273 K ist.

### 1.3.4 Phasenverschiebung-methode

In der zweiten Anordnung wird die Schallgeschwindigkeit anhand der Zeitverzögerung  $\tau$  zwischen dem Lautsprecher und dem Mikrofon über eine bekannte Strecke  $h$  gemessen. Die Beziehung zwischen der Zeitverzögerung und der Schallgeschwindigkeit ist gegeben durch:

$$\tau = \frac{h}{c} \tag{1.5}$$

Durch Messung von  $\tau$  und der Entfernung  $h$  kann die Schallgeschwindigkeit direkt berechnet werden. Diese Methode beruht auf dem Prinzip, dass Schallwellen eine bestimmte Strecke in einer bestimmten Zeit zurücklegen, was durch Phasenverschiebungen in den auf einem Oszilloskop angezeigten sinusförmigen Wellenformen beobachtet werden kann.

## 2. Durchführung

### 2.1 Messprotokoll

Messprotokoll - Versuch 26 - Schallgeschwindigkeit 18.09.2016

Jonathan Rodemers, Theodora Lazarevic

Geräte:

- > Stäbgerät mit Stethoskop
- > Ausgleichsgefäß für Wasser
- > Lautsprecher mit Sinusgenerator
- > Gasflasche für CO<sub>2</sub> + Zuberhörn
- > Oszillograph HM203 (Siglent Oszilloskop)
- > Sinusgenerator mit 2 kHz, 5 kHz, 10 kHz
- > Kasten mit Schalldämmung

Messungen:

Tabelle 1: Luft- / Wassersteighöhen

Höhe des H<sub>2</sub>O in [cm]

Joni	Theo
4,7	5,4
13,0	14,1
21,8	31,0 ← 21,8
30,5	39,7
39,0	48,2
47,6	57,0
56,4	65,0
65,2	73,4
73,5	82,0
82,4	90,5
90,7	
± 3 cm	± 3 cm

Tabelle 2:  $\text{CO}_2$ , - Wassersteighöhen.

Tabelle 2: $\text{CO}_2$ , - Wassersteighöhen.	
Höhe des $\text{H}_2\text{O}$ in [cm]	
Joni $f = 1,6515 \text{ kHz}$	Jheo $f = 1,6515 \text{ kHz}$
2,2	1,8
10,2	9,5
18,9	18,0
26,4	25,5
34,6	33,8
42,2	42,0
50,0	50,0
57,9	57,8
66,9	64,8
74,0	75,0
82,0	83,0
90,0	90,6
<u><math>\pm 3 \text{ cm}</math></u>	<u><math>\pm 3 \text{ cm}</math></u> $\rightarrow$ <i>Multimeter</i>

Teil 2 |

Tabelle 3: Abstand Lautsprecher - Mikrofon  
maxim in Phase

Pos.	Abstand [cm]	
1.	24,35	24,30
2.	20,80	20,80
3.	17,30	17,30
4.	13,80	13,8
5.	10,30	10,30
6.	6,80	6,70
7.	3,2	3,2
Frequenz $\nu = 10 \text{ kHz}$	$\pm 0,01$	

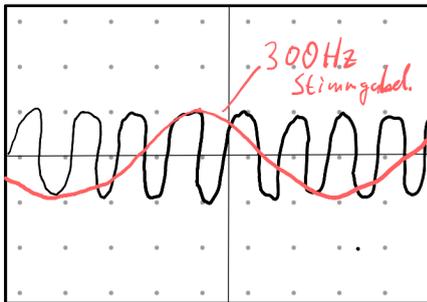
Temp.  $23,6^\circ \pm 0,5^\circ$  schwachly auch nichtveränd.

Bei Messungen mit 2 und 5 kHz haben wir uns qualitativ davon überzeugt, dass die Schallgeschwindigkeit nicht von der Frequenz abhängt.

Daneben ist die Frequenz des Generators stabil bei 10 kHz.

Fehler d. Frequenzgenerators  $0,0001 \text{ kHz}$

Oszil-Bild.



Wir konnten die 300 Hz der Stimmgabel auf dem Oszil anzeigen.

*Handwritten signature*

### 3. Auswertung

#### 3.1 Tabelle der Differenzen

Tabelle 1: Luft Säulendifferenzen

Nummer	Joni $d$ [cm]	Theo $d$ [cm]	Mittelwert $\bar{d}$ [cm]	Mittlerer Fehler des Mittelwerts [cm]
1	8,3	8,7		
2	8,8	7,7		
3	8,7	9,2		
4	8,5	8,7		
5	8,6	8,5		
6	8,8	8,8	8,555	0,07
7	8,8	8,0		
8	8,3	8,4		
9	8,9	8,6		
10	8,3	8,5		

Tabelle 2: CO<sub>2</sub> Säulendifferenzen

Nummer	Theo $d$ [cm]	Joni $d$ [cm]	Mittelwert $\bar{d}$ [cm]	Mittlerer Fehler des Mittelwerts [cm]
1	7,7	8		
2	8,5	8,7		
3	7,5	7,5		
4	8,3	8,2		
5	8,2	7,6		
6	8	7,8	8,01	0,15
7	7,8	7,9		
8	7	9		
9	10,2	7,1		
10	8,0	8,0		
11	7,3	8,0		

#### 3.2 Bestimmen der Schallgeschwindigkeit

Da die Abstände immer in  $\lambda/2$  auftreten ergibt sich aus Formel: 1.1

$$c = 2df \tag{3.1}$$

Wobei  $d$  der errechnete Mittelwert der Abstände ist und  $f$  die Frequenz der Schallwellen, die wir am Sinusgenerator eingestellt haben. Den Fehler von  $c$  errechnen wir mittels:

$$\Delta c = \sqrt{(2f\Delta d)^2 + (2d\Delta f)^2} \quad (3.2)$$

Daraus ergibt sich eine Schallgeschwindigkeit von:

$$c_{\text{luft}} = (342 \pm 3) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und

$$c_{\text{CO}_2} = (265 \pm 5) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wir können die Schallgeschwindigkeit in Luft auch mit folgender Formel ausrechnen:

$$c = \sqrt{\frac{kRT}{M}} \quad (3.3)$$

Dabei ist nur der Temperaturwert fehlerbehaftet, also ergibt sich für den Fehler:

$$\Delta c = \left( \frac{\sqrt{\frac{RTk}{M}}}{2T} \Delta T \right) \quad (3.4)$$

Hieraus errechnen wir die Werte:

$$c_{\text{luft}} = (345,13 \pm 0,29) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und

$$c_{\text{CO}_2} = (270,00 \pm 0,23) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3 Normalbedingungen

Um die Werte unter Normalbedingungen zu erhalten nutzen Formel 1.4 und stellen diese um zu:

$$c_0 = c\sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad (3.5)$$

Dabei berechnen wir den Fehler mittels der Formel:

$$\Delta c_0^2 = \left( \sqrt{\frac{T_0}{T}} \Delta c \right)^2 + \left( \frac{-c\sqrt{\frac{T_0}{T}}}{2T} \Delta T \right)^2 \quad (3.6)$$

Hier wird der zweite Summand für die Berechnung des Fehlers von dem errechneten  $c$  ausgelassen, da der Fehler der Temperatur bereits in  $\Delta c$  berücksichtigt wurde.

Damit erhalten wir folgende Werte:

Tabelle 3: Normierte Schallgeschwindigkeiten

Gas	$c_{0\text{gemessen}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	$c_{0\text{gerechnet}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
Luft	$329 \pm 3$	$331,7 \pm 0,4$
CO <sub>2</sub>	$255 \pm 5$	$259,5 \pm 0,3$

### 3.4 Vergleich der Werte

Wir vergleichen nun die Abweichungen der gemessenen und der errechneten Werte:

Tabelle 5: Vergleich der Werte

	$c_{\text{gemessen}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	$c_{\text{gerechnet}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	$\sigma$
Luft	$342 \pm 3$	$345,13 \pm 0,29$	1,04
CO <sub>2</sub>	$265 \pm 5$	$270,00 \pm 0,23$	1,00

	$c_{0\text{gemessen}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	$c_{0\text{gerechnet}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	$\sigma_0$
Luft	$329 \pm 3$	$331,7 \pm 0,4$	0,89
CO <sub>2</sub>	$255 \pm 5$	$259,5 \pm 0,3$	0,90

### 3.5 Vergleich der Verhältnisse

Es gilt für das Verhältniss:

$$v = \frac{c_0(\text{Luft})}{c_0(\text{CO}_2)} \quad (3.7)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{1}{c_0(\text{CO}_2)} \Delta c_0(\text{Luft})\right)^2 + \left(\frac{c_0(\text{Luft})}{c_0(\text{CO}_2)^2} \Delta c_1\right)^2} \quad (3.8)$$

Wir erhalten also:

$$v = 1,290 \pm 0,028$$

Nach Formel 1.3 können wir auch den theoretischen Quotienten errechnen:

$$v_{\text{errechnet}} = \sqrt{\frac{k(\text{Luft}) M(\text{CO}_2)}{k(\text{CO}_2) M(\text{Luft})}} \approx 1,278 \quad (3.9)$$

Hiervon ergibt sich eine Abweichung von  $0,4\sigma$

### 3.6 Messung der Schallgeschwindigkeit mittels Laufzeitmessung

Aus der Tabelle 3 des Messprotokolle berechnen wir den Mittelwert und den Mittlerefehler des Mittelwerts. Es ergibt sich:

$$h = (3.525 \pm 0,017) \text{ cm}$$

Nach der Formel 1.5 berechnen nur nun die Schallgeschwindigkeit, dabei nehmen wir einen exakten Wert von 10kHz an, da wir uns am Oszilloskop von der Präzision des Sinusgerators überzeugen konnten. Es ergibt sich also:

$$c = (352,5 \pm 1,7) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Und unter Normalbedingungen:

$$c_0 = (338,811 \pm 1,6) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## 4. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Versuch konnten wir mithilfe von verschiedenen Methoden die Schallgeschwindigkeit bestimmen.

Dafür haben wir zunächst ein mit Luft befülltes Wasser-Steigrohr, genauer eine Quinckesche Röhre, verwendet. Diese wurde langsam mit Wasser befüllt und währenddessen beobachtet bei welchen Höhern Resonanzüberhöhungen erscheinen. Mithilfe dieser Methode konnten wir eine Schallgeschwindigkeit in Luft bestimmen von:

$$c_{\text{Luft}} = (342 \pm 3) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und mittels der gleichen Methode noch einmal die Schallgeschwindigkeit in  $\text{CO}_2$ , welche wir mit:

$$c_{\text{CO}_2} = (265 \pm 5) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

bestimmen konnten.

Desweiteren kann man die Schallgeschwindigkeit auch berechnen, wenn man die Molare Masse, die Temperatur und den adiabatischen Index des Gases kennt. Hierraus haben wir ebenfalls die Werte der Schallgeschwindigkeit für Luft und Gas ermittelt, diese belaufen sich auf:

$$c_{\text{Luft}} = (345,13 \pm 0,29) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und

$$c_{\text{CO}_2} = (270,00 \pm 0,23) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Abweichungen der gemessenen und der errechneten Werte beläuft sich hierbei auf jeweils  $1\sigma$ , welches unsere Messungen bestätigt.

Im weiteren Teil des Versuchs haben die Schallgeschwindigkeit über die Distanz gemessen, die es benötigt, um eine Sound-Welle, die von einem Microfon gemessen wird, wieder in Phase zu dem Lautsprechersignal zu verschieben. Mithilfe dieser Methode haben wir eine Schallgeschwindigkeit von

$$c = (352,5 \pm 1,7) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ermitteln können.

Hierbei lassen beide Methoden viel Raum für Fehler, da wir bei der einen Methode den Resonanzpunkt nicht genaustens bestimmen können, da die Milimeterskala nur sehr ungenau abgelesen werden kann. Darüber hinaus müssen die Resonanzüberhöhungen erhört, bzw, anhand eines Multimeters, welches den Schalldruck angibt, abgelesen werden. Beide Methoden eignen sich hierbei nicht um einen wirklich präzisen Punkt angeben zu können.

## Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]